

PROBLEMAS. SESIÓN PROBABILIDAD. PROBABILIDAD GEOMÉTRICA.

1. Una caja contiene bolas blancas y negras; en total existen n bolas. Para obtener más información acerca de la composición de la caja se realiza un experimento consistente en elegir una bola y observar su color. Se extrae una bola y resulta ser negra.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la caja contenga k bolas negras.
 - b) Calcúlese el número esperado de bolas blancas que hay en la caja antes de haber realizado el experimento.
 - c) De la urna que contiene k bolas negras se van extrayendo bolas sin reemplazamiento hasta obtener una bola blanca. Descríbase la variable aleatoria X : número de bolas extraídas.
2. La probabilidad de que una pareja tenga n hijos es $\alpha \cdot p^n$ con $0 < p < 1, n \geq 1$
 $0 < \alpha \cdot p < 1$

Supongamos que la distribución de sexos entre los hijos son igualmente probables. Obtén

- a) la probabilidad de que tengan al menos un hijo
 - b) la probabilidad de que no tengan hijos
 - c) La probabilidad de que una pareja tenga k hijos varones, sabiendo que tiene n hijos
 - d) La probabilidad de que una pareja tenga k hijos varones
 - e) La probabilidad de que una pareja tenga 3 hijos sabiendo que tiene 1 hijo varón
 - f) El número esperado de hijos
3. Una línea de autobuses tiene longitud L . La probabilidad de que un pasajero suba al autobús en las proximidades del punto x es proporcional a $x(x-L)^2$ y la probabilidad de que un pasajero que subió en el punto x , baje en el punto y es proporcional a $(y-x)h, h > 0$. Calcular
 - a) las constantes de proporcionalidad de ambas probabilidades
 - b) La probabilidad de que un pasajero no suba al autobús antes del punto z del recorrido del autobús.
 - c) La probabilidad de que un pasajero que subió en el punto x , descienda después de z (punto del recorrido del autobús).
 4. a) El tiempo T de funcionamiento ininterrumpido hasta avería o parada de un cierto tipo de motor es una variable aleatoria con función de densidad del tipo
 $f(t) = \alpha \cdot e^{-\beta \cdot t} \quad t \geq 0$. Hallar los posibles valores de los parámetros y el tiempo medio de funcionamiento ininterrumpido así como la varianza de dicho tiempo t .

b) Se instalan en paralelo tres motores del mismo tipo (de modo que el sistema funciona si funciona alguno de los motores) que funcionan independientemente y tales que el tiempo medio de funcionamiento ininterrumpido de cada uno de ellos es de 3 meses. Hallar el tiempo medio de funcionamiento hasta avería del sistema. Si el sistema se pone en marcha a lo largo de su vida útil 100 veces. ¿en cuantas se espera que funcione sin avería durante más de tres meses?

c) si para obtener mayor potencia del sistema se instalan los tres motores en serie (ahora el sistema se para cuando se para algún motor) , hallar el tiempo medio de funcionamiento hasta parada de este sistema.

d) Si se instalan en paralelo diez motores de este tipo y se necesita que funcionen al menos tres al mismo tiempo para que el montaje sea eficaz, hallar la probabilidad de que este montaje funcione con eficacia más de tres meses

PROBABILIDAD GEOMÉTRICA. PROBLEMAS ESCOGIDOS Y DE OPOSICIÓN.

1. Se toman al azar sobre una circunferencia tres puntos. A) ¿Cuál es la probabilidad de que el triángulo que se forma uniendo los tres puntos sea acutángulo? B) y de que sea obtusángulo? C) y de que sea rectángulo?
2. Se toman al azar dos puntos P y Q sobre un segmento AB de longitud a. Hallar la probabilidad de que la distancia PQ sea inferior a b. Nota: a y b son datos
3. Seleccionamos aleatoriamente dos puntos de un segmento de longitud L de manera que estén en lados opuestos del punto medio. Hallar la probabilidad de que la distancia entre ellos sea menor que $L/3$
4. Se toman dos números reales a y b al azar. $a \in [1,3]$ y $b \in [-1,1]$. Hallar la probabilidad de que la ecuación $x^2+ax+b=0$ tenga dos raíces reales.
5. Escogemos dos números al azar en $[0,1]$ ¿Cuál es la probabilidad de que el primero sea mayor o igual que el cuadrado del segundo y al mismo tiempo el segundo sea mayor o igual que el primero?
6. Se elige al azar un punto P en el intervalo $(3,8)$ del eje x y un punto Q en el intervalo $(2,5)$ del eje y. Calcular la probabilidad de que la longitud del segmento PQ sea mayor que 5.
7. Dos personas han quedado en encontrarse entre la t y las t+T horas, pero cada uno no esperará al otro más de “a” minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren?
8. Se eligen al azar dos puntos : P en el segmento $(0,15)$ del eje x y Q en el segmento $(0,10)$ del eje y. Calcular la probabilidad de que la superficie del triángulo OPQ sea mayor que 30 u.c.
9. Cual es la probabilidad de que las raíces de la ecuación $x^2 +bx+ c=0$ sean imaginarias sabiendo que $-k < b < k$ y que $-t < c < t$?
10. Al tomar aleatoriamente un punto del interior de un cuadrado, calcular la probabilidad de que esté más próximo a algún vértice que al centro de gravedad del mismo?